



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BÀI: CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN – CÔNG THỨC BAYES



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Cho hai biến cố A và B với $P(A) > 0, P(B) > 0$. Cho các khẳng định sau:

(1) $P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(A)$

(2) $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)}$

(3) $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})}$

(4) $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$

(5) Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8$, $P(A|B) = 0,7$, $P(A|\bar{B}) = 0,45$. Khi đó $P(A) = 0,5$

Trong các khẳng định trên có bao nhiêu khẳng định **đúng**?

Lời giải

Trả lời: 4

Các khẳng định (1) (2) (3) (4) là các khẳng định đúng

Khẳng định (5) sai.

Thật vậy ta có $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,8 = 0,2$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,8.0,7 + 0,2.0,45 = 0,65$$

Câu 2: Giả sử tỉ lệ người dân của một tỉnh nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh đó thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu? (kết quả là tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,26

Gọi A : “người nghiện thuốc lá”, suy ra $\bar{A}$ là biến cố “người không nghiện thuốc lá”

Và B : “người bị bệnh phổi”

Để người mà ta gặp bị bệnh phổi thì người đó nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá

Ta cần tính $P(B)$

Với $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$

Ta có $P(A) = 0,2$, $P(B|A) = 0,7$, $P(\bar{A}) = 0,8$, $P(B|\bar{A}) = 0,15$.

Vậy $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,2.0,7 + 0,8.0,15 = 0,26$

Câu 3: Một cái hộp có chứa 40 quả cầu màu đỏ và 60 quả cầu màu vàng; các quả cầu có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi thống kê người ta thấy số lượng các quả cầu được cho trong bảng sau:

Đánh số Màu quả cầu	Có đánh số	Không đánh số
Đỏ	20	20
Vàng	36	24

Người ta lấy ngẫu nhiên một quả cầu trong hộp, xét hai biến cố sau:

A : “Quả cầu lấy ra có đánh số”.

B : “Quả cầu lấy ra có màu đỏ”

Sử dụng công thức xác suất toàn phần tính xác suất để quả cầu lấy ra được đánh số.

Lời giải

Trả lời: 0,56.

Ta có

$$P(B) = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}; \quad P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}.$$

$$P(A|B) = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}; \quad P(A|\bar{B}) = \frac{36}{60} = \frac{3}{5}.$$

Theo công thức tính xác suất toàn phần ta có xác suất để lấy ra được viên bi được đánh số là

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{14}{25} = 0,56.$$

Câu 4: Tỷ lệ bị bệnh cúm tại một địa phương bằng 0,25. Khi thực hiện xét nghiệm chẩn đoán, nếu người có bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính là 96%, nếu người không bị bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính 8%. Chọn ngẫu nhiên 1 người tại địa phương đó. Xác suất người được chọn có phản ứng dương tính là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 0,3.

Xét các biến cố A : "Chọn được người bị bệnh cúm";

B : "Chọn được người có phản ứng dương tính".

Khi đó $P(A) = 0,25$; $P(\bar{A}) = 0,75$; $P(B|A) = 0,96$; $P(B|\bar{A}) = 0,08$.

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất của biến cố B là:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,25.0,96 + 0,75.0,08 = 0,3.$$

Câu 5: Giả sử tỷ lệ người dân của một tỉnh nghiện thuốc lá là 25%; tỷ lệ người mắc bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 72%, tỷ lệ người không mắc bệnh phổi trong số người không nghiện thuốc lá là 86%. Ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh đó, tính xác suất người đó mắc bệnh phổi? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,29

Gọi A là biến cố “người đó nghiện thuốc lá”, suy ra $\bar{A}$ là biến cố “người đó không nghiện thuốc lá”.

Gọi B là biến cố “người đó mắc bệnh phổi”.

Nếu người ta gặp mắc bệnh phổi thì người đó có thể nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá.

Ta cần tính $P(B)$.

$$\text{Với } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}).$$

Ta có

$$P(A) = 0,25$$

$$P(B|A) = 0,72$$

$$P(\bar{A}) = 0,75$$

$$P(B|\bar{A}) = 0,14$$

$$\text{Vậy } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,25.0,72 + 0,75.0,14 = 0,285$$

Do đó, xác suất để người dân của tỉnh đó mắc bệnh phổi là 0,29.

Câu 6: Cho bảng dữ liệu thống kê 2×2 sau:

Chuồng Màu	Chuồng I	Chuồng II
Thỏ trắng	9	13
Thỏ nâu	11	7

Bạn An bắt ngẫu nhiên một chú thỏ trắng, tính xác suất thỏ trắng đó thuộc chuồng II? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,59

Gọi A là biến cố: “Chọn được chuồng II”.

Gọi B là biến cố: “An bắt được thỏ trắng”.

Ta có $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(\bar{A}) = \frac{1}{2}$, $P(B|A) = \frac{13}{20}$, $P(B|\bar{A}) = \frac{9}{20}$. Theo công thức Bayes ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{13}{22}.$$

Câu 7: Cho bảng dữ liệu thống kê 2×2 sau:

Xưởng Loại máy	Xưởng I	Xưởng II
Loại 1	23	19
Loại 2	27	31

Mỗi ngày Bình sẽ làm việc cho một xưởng ngẫu nhiên và phụ trách ngẫu nhiên một loại máy loại 1 hoặc 2. Hôm nay Bình gieo ngẫu nhiên một xúc xắc cân đối. Nếu xuất hiện mặt 3 chấm thì Bình đi làm xưởng I và ngược lại thì qua làm xưởng II. Giả sử Bình phụ trách máy loại 2, tính xác suất đó là máy của xưởng I? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,15

Gọi A là biến cố: “Chọn được xương I”.

Gọi B là biến cố: “Bình chọn được máy loại 2”.

Ta có $P(A) = \frac{1}{6}, P(\bar{A}) = \frac{5}{6}, P(B|A) = \frac{27}{50}, P(B|\bar{A}) = \frac{31}{50}$. Theo công thức Bayes ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{27}{182}.$$

Câu 8: Một loại thuốc do hai nhà máy I, II cùng sản xuất. Tỷ lệ phế phẩm của nhà máy I, II lần lượt là : 6%; 7%. Trong một lô thuốc được bán ra thị trường gồm 450 sản phẩm của nhà máy I và 550 sản phẩm của nhà máy II. Một khách hàng đã mua ngẫu nhiên một sản phẩm của lô hàng đó. Giả sử thuốc được mua là phế phẩm. Tính xác suất sản phẩm thuốc được mua này thuộc nhà máy I (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,41

Ta xét các biến cố

A : “Sản phẩm được mua là phế phẩm”

B : “Sản phẩm được sản xuất bởi nhà máy I ”

$\bar{B}$: “Sản phẩm được sản xuất bởi nhà máy II ”

Theo giả thuyết ta có $P(B) = \frac{450}{1000} = 0,45$; $P(\bar{B}) = \frac{550}{1000} = 0,55$;

$$P(A|B) = 0,06; P(A|\bar{B}) = 0,07$$

Theo công thức toàn phần xác suất mua phải thuốc là phế phẩm là:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,45.0,06 + 0,55.0,07 = 0,0655.$$

Mặt khác theo công thức Bayes thì xác suất sản phẩm là phế phẩm do nhà máy I sản xuất là:

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,45.0,06}{0,0655} = \frac{54}{131} \approx 0,41.$$

Câu 9: Một kho hàng có 90% sản phẩm loại I và 10% sản phẩm loại II, trong đó có 1% sản phẩm loại I bị hỏng, 6% sản phẩm loại II bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Xét các biến cố:

A : "Khách hàng chọn được sản phẩm loại I";

B : "Khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng"

Hỏi xác suất khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,99

Ta có: $P(A) = 0,9$; $P(\bar{A}) = 0,1$

$$P(\bar{B}|A) = 0,01 \Rightarrow P(B|A) = 1 - P(\bar{B}|A) = 1 - 0,01 = 0,99.$$

$$P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,06 \Rightarrow P(B|\bar{A}) = 1 - P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - 0,06 = 0,94.$$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 0,9.0,99 + 0,1.0,94 = 0,985.$$

Câu 10: Một hộp chứa 10 viên bi, trong đó có 6 viên bi màu đỏ và 4 viên bi màu xanh. Hai bạn An và Bình lần lượt lấy ra một viên bi từ hộp một cách ngẫu nhiên, bi được lấy ra không bỏ lại hộp. Tính xác suất bạn Bình lấy được một viên bi xanh (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,53

Xét hai biến cố A: “Bạn Bình lấy được một viên bi xanh”;

B: “Bạn An lấy được một viên bi xanh”.

Khi đó, ta có $P(B) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$, $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = \frac{3}{5}$, $P(A|B) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$, $P(A|\bar{B}) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

Áp dụng công thức toàn phần, ta có

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{15} \approx 0,53.$$

Câu 11: Số khán giả đến xem buổi biểu diễn âm nhạc ngoài trời phụ thuộc vào thời tiết. Giả sử, nếu trời không mưa thì xác suất để bán hết vé là 0,85; còn nếu trời mưa thì xác suất để bán hết vé là 0,45. Dự báo thời tiết cho thấy nếu xác suất để trời mưa vào buổi biểu diễn là 0,6. Tính xác suất để nhà tổ chức sự kiện bán hết vé. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,61

Xét hai biến cố A: “Nhà tổ chức sự kiện bán hết vé”;

B: “Trời mưa vào buổi biểu diễn”.

Khi đó, ta có $P(B) = 0,6$; $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,4$; $P(A|B) = 0,45$; $P(A|\bar{B}) = 0,85$.

Áp dụng công thức toàn phần, ta có

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,6.0,45 + 0,4.0,85 = 0,61.$$

Câu 12: Một căn bệnh X có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh X, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 0,5

Gọi A là biến cố “người đó mắc bệnh”, B là biến cố “kết quả kiểm tra người đó là dương tính (bị bệnh)”

Theo công thức Bayes ta có $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}$.

Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra là $P(A) = 1\% = 0,01$. Do đó xác suất để người đó không mắc bệnh khi chưa kiểm tra là $P(\bar{A}) = 1 - 0,01 = 0,99$.

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là $P(B|A) = 99\% = 0,99$. Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là $P(B|\bar{A}) = 1 - 0,99 = 0,01$.

Xác suất để người đó thực sự bị bệnh là

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,01.0,99}{0,01.0,99 + 0,99.0,01} = 0,5.$$

Câu 13: Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai. Xác suất để lấy ra hai viên bi đỏ ở hộp thứ hai là *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Lời giải

Trả lời: 0,46

Gọi A là biến cố “Lấy được 1 viên bi màu xanh ở hộp thứ nhất” và B là biến cố “Lấy được 2 viên bi màu đỏ ở hộp thứ hai”.

Khi đó ta có $P(A) = \frac{2}{5}$; $P(B|A) = \frac{C_7^2}{C_{11}^2} = \frac{21}{55}$ (vì hộp thứ hai có 4 bi xanh và 7 bi đỏ).

Suy ra $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{3}{5}$; $P(B|\bar{A}) = \frac{C_8^2}{C_{11}^2} = \frac{28}{55}$ (vì hộp thứ hai có 3 bi xanh và 8 bi đỏ).

Áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{21}{55} + \frac{3}{5} \cdot \frac{28}{55} = \frac{126}{275}.$$

Câu 14: Tại một địa phương có 500 người cao tuổi, bao gồm 260 nam và 240 nữ. Trong đó nhóm người cao tuổi nam và nữ lần lượt có 40% và 55% bị bệnh tiểu đường. Chọn ngẫu nhiên một người. Xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là bao nhiêu *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Lời giải

Trả lời: 0,53

Xét các biến cố:

A : “Chọn được người không bị tiểu đường”

B : “Chọn được người cao tuổi là nam”

$\bar{B}$: “Chọn được người cao tuổi là nữ”

Từ giả thuyết ta có $P(B) = \frac{260}{500} = 0,52$; $P(A|B) = 1 - 0,4 = 0,6$;

$$P(\bar{B}) = \frac{240}{500} = 0,48; P(A|\bar{B}) = 1 - 0,55 = 0,45$$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,52.0,6 + 0,48.0,45 = 0,528 \approx 0,53.$$

Câu 15: Một loại linh kiện do hai nhà máy I, II cùng sản xuất. Tỷ lệ phế phẩm của nhà máy I, II lần lượt là: 0,04; 0,03. Trong một lô linh kiện để lẫn lộn 80 sản phẩm của nhà máy I và 120 sản phẩm của nhà máy II . Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện của lô hàng đó. Giả sử linh kiện được chọn là phế phẩm. Tính xác suất linh kiện này thuộc nhà máy *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*.

Lời giải

Trả lời: 0,47

Ta xét các biến cố

A : “Linh kiện được lấy ra là phế phẩm”

B : “Linh kiện lấy ra từ nhà máy I ”

$\bar{B}$: “Linh kiện lấy ra từ nhà máy II ”

Theo giả thuyết ta có $P(B) = \frac{80}{200} = 0,4$; $P(\bar{B}) = \frac{120}{200} = 0,6$; $P(A|B) = 0,04$;

$$P(A|\bar{B}) = 0,03$$

Theo công thức toàn phần xác suất lấy linh kiện là phé phẩm là

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,4.0,04 + 0,6.0,03 = 0,034.$$

Mặt khác theo công thức Bayes xác suất linh kiện phé phẩm do nhà máy I sản xuất là:

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,4.0,04}{0,034} = \frac{8}{17} \approx 0,47$$

Câu 16: Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các xạ thủ loại I và loại II lần lượt là 0,9 và 0,7. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ và xạ thủ đó bắn trúng đích, tính xác suất để xạ thủ đó là xạ thủ loại I? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,24

Gọi A là biến cố “viên đạn trúng đích”.

B_1 là biến cố “chọn xạ thủ loại I bắn”.

B_2 là biến cố “chọn xạ thủ loại II bắn”.

$$P(B_1) = \frac{2}{10} = 0,2; P(A|B_1) = 0,9.$$

$$P(B_2) = \frac{8}{10} = 0,8; P(A|B_2) = 0,7.$$

B_1, B_2 tạo thành họ đầy đủ các biến cố. Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B_1).P(A|B_1) + P(B_2).P(A|B_2) = 0,2.0,9 + 0,8.0,7 = 0,74.$$

Áp dụng công thức Bayes có:

$$P(B_1|A) = \frac{P(A|B_1).P(B_1)}{P(A)} = \frac{0,9.0,2}{0,74} = \frac{9}{37} \approx 0,24.$$

Câu 17: Cho hộp I chứa 3 bóng đỏ và 1 bóng xanh, hộp II chứa 1 bóng đỏ và 2 bóng xanh. Nếu chọn một hộp ngẫu nhiên và lấy ra một quả bóng màu đỏ, tính xác suất để quả bóng đó thuộc về hộp I? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,69

Gọi A là biến cố “quả bóng được chọn màu đỏ”.

B_1 là biến cố “chọn hộp I”.

$$\text{Xác suất chọn quả bóng đỏ ở hộp I là } P(A|B_1) = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Xác suất chọn được hộp I là } P(B_1) = \frac{1}{2}.$$

B_2 là biến cố “chọn hộp II”.

$$\text{Xác suất chọn quả bóng đỏ ở hộp II là } P(A|B_2) = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Xác suất chọn được hộp II là } P(B_2) = \frac{1}{2}.$$

B_1, B_2 tạo thành họ đầy đủ các biến cố. Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B_1).P(A|B_1) + P(B_2).P(A|B_2) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{13}{24}.$$

Áp dụng công thức Bayes có:

$$P(B_1|A) = \frac{P(A|B_1).P(B_1)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{13}{24}} = \frac{9}{13} \approx 0,69.$$

Câu 18: Có 50 tấm thẻ kích thước như nhau và đánh số thứ tự lần lượt từ 1 đến 50 (mỗi tấm thẻ chỉ ghi một số nguyên dương, hai thẻ khác nhau ghi hai số khác nhau). Một người lần lượt rút hai thẻ (rút không hoàn lại). Tính xác suất lần thứ hai rút được thẻ ghi số nguyên tố.

Lời giải

Trả lời: 0,3

Xét các biến cố: A : “Lần thứ nhất rút ra được thẻ ghi số nguyên tố”;

B : “Lần thứ hai rút được thẻ ghi số nguyên tố”.

Từ 1 đến 50 có 15 số nguyên tố là: 2;3; 5;7;11;13;17;19;23;29;31;37;41;43;47.

nên $P(A) = \frac{15}{50} = 0,3$ và $P(\bar{A}) = 1 - 0,3 = 0,7$.

Vì rút không hoàn lại nên $P(B|A) = \frac{14}{49}$, và $P(B|\bar{A}) = \frac{15}{49}$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,3 \cdot \frac{14}{49} + 0,7 \cdot \frac{15}{49} = 0,3.$$

Câu 19: Trường THPT Hòa Bình có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc là (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,58

Xét các biến cố:

A : “Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc”;

B : “Chọn được học sinh biết chơi đàn guitar”.

Khi đó, $P(A) = 0,2$; $P(\bar{A}) = 0,8$; $P(B|A) = 0,85$; $P(B|\bar{A}) = 0,1$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,2 \cdot 0,85 + 0,8 \cdot 0,1 = 0,25.$$

Theo công thức Bayes, ta có: $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2 \cdot 0,85}{0,25} = 0,68 = \frac{17}{25}$.

Vậy xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc, biết học sinh đó chơi được đàn guitar là $\frac{17}{25}$.

Câu 20: Vào mỗi buổi sáng ở tuyến phố H, xác suất xảy ra tắc đường khi trời mưa và không mưa lần lượt là 0,7 và 0,2. Xác suất có mưa vào buổi sáng là 0,1. Tính xác suất để sáng đó tuyến phố H bị tắc đường.

Lời giải

Trả lời: 0,25

Gọi A là biến cố “Buổi sáng bị tắc đường” và B là biến cố “Buổi sáng trời mưa”

Do xác suất tắc đường khi trời mưa là 0,7 nên $P(A|B) = 0,7$.

Do xác suất tắc đường khi trời không mưa là 0,2 nên $P(A|\bar{B}) = 0,2$.

Do xác suất trời mưa vào buổi sáng là 0,1 nên $P(B) = 0,1$; xác suất trời không mưa là

$$P(\bar{B}) = 0,9.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có xác suất bị tắc đường là

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = 0,1 \cdot 0,7 + 0,9 \cdot 0,2 = 0,25.$$

Câu 21: Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 90%. Trước khi xuất xưởng ra thị trường mỗi bóng đèn đều được qua kiểm tra chất lượng. Vì sự kiểm tra không thể tuyệt đối hoàn hảo, nên một bóng đèn tốt có xác suất 0,9 được công nhận là tốt, và một bóng đèn hỏng có xác suất 0,95 bị loại bỏ. Hãy tính tỉ lệ bóng đèn được đưa ra thị trường (đơn vị %). (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 81,5

Bóng đèn tốt sau kiểm định được đưa ra thị trường gồm hai loại: Bóng đèn đạt tiêu chuẩn và bóng đèn không đạt tiêu chuẩn.

Gọi A là biến cố “Bóng đèn thuộc loại đạt tiêu chuẩn”.

Ta có: $P(A) = 0,9$; $P(\bar{A}) = 0,1$.

Gọi H là biến cố “Bóng đèn được đưa ra thị trường”

Ta có: $P(H|A) = 0,9$; $P(H|\bar{A}) = 0,05$.

Theo công thức xác suất đầy đủ ta có:

$$P(H) = P(A) \cdot P(H|A) + P(\bar{A}) \cdot P(H|\bar{A}) = 0,9 \cdot 0,9 + 0,1 \cdot 0,05 = 0,815.$$

Vậy tỉ lệ bóng đèn được đưa ra thị trường là 81,5%.

Câu 22: Công ty sữa Việt Nam phát phiếu thăm dò khách hàng ở một thành phố với hai câu hỏi: “Tháng vừa rồi bạn có xem quảng cáo về Vinamilk không?” và “Tháng vừa rồi bạn có mua sản phẩm nào của Vinamilk không?”. Kết quả thăm dò như sau: Số người xem quảng cáo Vinamilk chiếm tỉ lệ 40% tổng số người khảo sát, số người có mua sản phẩm của Vinamilk chiếm tỉ lệ 25% tổng số người khảo sát. Trong số người mua sản phẩm của Vinamilk thì số người xem quảng cáo chiếm tỉ lệ 60%.

Chọn ngẫu nhiên một khách hàng trong số các khách hàng đã xem quảng cáo về Vinamilk. Xác suất khách hàng đó mua sản phẩm Vinamilk khi đã xem quảng cáo là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,38

Gọi A là biến cố “Có mua sản phẩm của Vinamilk”.

Gọi B là biến cố “Có xem quảng cáo của Vinamilk”.

Khi đó ta tính $P(A|B)$ tức là tính xác suất biến cố “Có mua sản phẩm của Vinamilk khi đã xem quảng cáo”.

Theo công thức Bayes ta có $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}$.

Ta có xác suất của biến cố A là: $P(A) = 25\% = \frac{1}{4}$.

Xác suất của biến cố B là: $P(B) = 40\% = \frac{2}{5}$.

Xác suất khách hàng xem quảng cáo khi đã mua sản phẩm của Vinamilk: $P(B|A) = 60\% = \frac{3}{5}$

Xác suất khách hàng mua sản phẩm khi xem quảng cáo là

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{3}{8}.$$

Câu 23: Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là bao nhiêu? (kết quả là tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,56

Gọi A : “viên bi được lấy ra có đánh số”

Và B : “viên bi được lấy ra có màu đỏ”, suy ra $\bar{B}$ là biến cố “viên bi được lấy ra có màu vàng”,

Lúc này ta đi tính $P(A)$ theo công thức: $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$

Ta có:

$$P(B) = \frac{50}{80} = \frac{5}{8}, P(\bar{B}) = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}, P(A|B) = 60\% = \frac{3}{5}, P(A|\bar{B}) = 100\% - 50\% = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{16} \approx 0,56$$

Câu 24: Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp A00 (gồm các môn Toán, Vật lí, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,77

Gọi A : “Học sinh đó chọn tổ hợp A00”;

Và B : “Học sinh đó đỗ đại học”.

Ta cần tính $P(A|B)$.

Theo công thức Bayes, ta cần biết: $P(A), P(\bar{A}), P(B|A), P(B|\bar{A})$.

Ta có: $P(A) = 0,8; P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,8 = 0,2$.

» $P(B|A)$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó chọn tổ hợp A00

$$\Rightarrow P(B|A) = 0,6.$$

» $P(B|\bar{A})$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó không chọn tổ hợp

$$A00 \Rightarrow P(B|\bar{A}) = 0,7.$$

Thay vào công thức Bayes ta được:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,8.0,6}{0,8.0,6 + 0,2.0,7} \approx 0,77.$$

Câu 25: Có hai chuồng thỏ. Chuồng I có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng. Chuồng II có 7 con thỏ đen và 3 con thỏ trắng. Trước tiên, từ chuồng II lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ rồi cho vào chuồng I. Sau đó, từ chuồng I lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ. Tính xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,64

Xét A : “Con thỏ được lấy ra từ chuồng II để cho vào chuồng I là con thỏ trắng”.

Và B : “Con thỏ được lấy ra từ chuồng I là con thỏ trắng”.

$$\text{Ta có } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}).$$

» Tính $P(A)$: Đây là xác suất để lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ trắng từ chuồng II rồi cho vào

$$\text{chuồng I. Có } n(\Omega) = C_{10}^1, n(A) = C_3^1 \text{ Vậy } P(A) = \frac{3}{10}.$$

$$\text{» Tính } P(\bar{A}): P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{7}{10}.$$

» Tính $P(B|A)$: Đây là xác suất để lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ trắng từ chuồng I với điều

kiện đã chọn ra 1 con thỏ trắng từ chuồng II rồi cho vào chuồng I,

Tức là có 5 con thỏ đen và 11 con thỏ trắng ở trong chuồng I.

$$\text{Tương tự như trên ta có } P(B|A) = \frac{11}{16}.$$

» Tính $P(B|\bar{A})$: Đây là để lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ trắng từ chuồng I với điều kiện đã

chọn ra 1 con thỏ đen từ chuồng II rồi cho vào chuồng I.

Tức là có 6 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng ở trong chuồng I. Tương tự như trên ta có

$$P(B|\bar{A}) = \frac{10}{16}.$$

$$\text{Vậy } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{3}{10} \cdot \frac{11}{16} + \frac{7}{10} \cdot \frac{10}{16} = \frac{103}{160} \approx 0,64375$$

Vậy xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng là 0,64375.

Câu 26: Trong quân sự, một máy bay chiến đấu của đối phương có thể xuất hiện ở vị trí X với xác suất 0,55. Nếu máy bay đó không xuất hiện ở vị trí X thì nó xuất hiện ở vị trí Y. Để phòng thủ, các bộ phóng tên lửa được bố trí tại các vị trí X và Y. Khi máy bay đối phương xuất hiện ở vị trí X hoặc Y thì tên lửa sẽ được phóng để hạ máy bay đó. Xét phương án tác chiến sau: Nếu máy bay xuất hiện tại X thì bắn 2 quả tên lửa và nếu máy bay xuất hiện tại Y thì bắn 1 quả tên lửa.

Biết rằng, xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0,8 và các bộ phóng tên lửa hoạt động độc lập. Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất 1 quả tên lửa. Tính xác suất bắn hạ máy bay đối phương trong phương án tác chiến nêu trên? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,89

Xét biến cố A : “Máy bay xuất hiện ở vị trí X ”, điều đó có nghĩa là biến cố $\bar{A}$: “Máy bay xuất hiện ở vị trí Y ”. Xét biến cố B : “Máy bay bị bắn hạ”.

Ta có $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$.

» Tính $P(A)$, $P(\bar{A})$: $P(A) = 0,55$ và $P(\bar{A}) = 0,45$.

» Tính $P(B|A)$: Đây là xác suất để máy bay bị bắn hạ tại vị trí X .

Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất một 1 quả tên lửa (trong 2 quả tên lửa đối với máy bay ở vị trí X), mà xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0,8, vậy:

$$P(B|A) = 1 - (1 - 0,8)(1 - 0,8) = 0,96.$$

» Tính $P(B|\bar{A})$: Đây là xác suất để máy bay bị bắn hạ tại vị trí Y .

Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất một 1 quả tên lửa (trong 1 quả tên lửa đối với máy bay ở vị trí Y), mà xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0,8, vậy:

$$P(B|\bar{A}) = 0,8.$$

Vậy $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,55 \cdot 0,96 + 0,45 \cdot 0,8 = 0,888$.

Vậy xác suất để máy bay bị bắn hạ là 0,888.